

Projektøvelse om Satellitter og GPS

GPS står for Global Positioning System – altså et system til bestemmelse af en position på jorden. Til GPS bruger man satellitter, der cirkler i en bane omkring jorden i en afstand på cirka 20.170 km. Man har planlagt banerne, så der altid fra et givet punkt på jorden er mindst 4 GPS-satellitter synlige på himlen, og så satellitterne spreder sig ud fra hinanden.

Beregning af koordinaterne for et observationspunkt starter med, at man måler afstanden fra punktet til nogle satellitter. Denne beregning er meget kompliceret; den baseres på måling af den tid, det tager radiosignaler at komme fra satellitten til observationspunktet. Vi vil ikke her komme ind på fejlmulighederne, men gå ud fra, at vi til enhver tid kender satellittens position og afstanden til observationspunktet.

Vi vil arbejde med jorden som en kugle med radius 6.378 km på havoverfladen. Og vi vil arbejde i et koordinatsystem med centrum i jordens midte, hvor z-aksen peger op gennem nordpolen, hvor x-aksen går gennem ækvator på nul-meridianen og y-aksen går mod øst. Ækvator er altså en cirkel i xy-planet. Og satelliternes bane vil være en cirkel med radius $20.170 + 6.378 = 26.548$ km. I dette koordinatsystem har nogle steder i danske byer følgende koordinater:

- Rønne (3529,971; 924,973; 5230,929),
- Esbjerg (3572,858; 533,967; 5256,277),
- Skagen (3344,951; 628,005; 5394,052) og
- Svendborg (3590,576; 676,283; 5227,742).

a. Vis at alle disse fire punkter befinder sig på havoverfladen af vores jordkugle med radius 6378 km.

På et tidspunkt finder man med GPS koordinaterne for et punkt i Danmark. Til det kræves afstanden til tre satellitter og positionen af satellitterne. De tre er: Satellit A (14308,988; -5208,046; 21746,848), satellit B (2644,194; 14995,970; 21746,848) og satellit C (14380,394; 12066,583; 18772,271).

b. Vis at disse tre satellitter alle befinder sig ca. 20170 km over jorden.

Afstandene til et observationspunkt er 20534,935 km fra satellit A, 21779,427 km fra satellit B og 20774,956 km fra satellit C.

c. Lav tre ligninger med tre ubekendte for at finde observationspunktets koordinater. Hvilket af de fire by-punkter er der tale om?

Afstandene til et andet observationspunkt er 20552,663 km fra satellit A, 21881,943 km fra satellit B og 20726,409 km fra satellit C.

d. Lav tre ligninger med tre ubekendte for at finde observationspunktets koordinater. Hvilken af de fire byer er punktet tæt på? Hvor højt ligger punktet over havoverfladen?

e. Hvis man ved, at man befinder sig på havoverfladen (og cirka hvor), så behøver man kun data fra to satellitter – hvorfor?

Horisonten defineres som tangentplanet i observationspunktet. En satellit kan kun bruges til observationer, hvis den befinder sig mindst 5° over horisonten, da signalet ellers ikke er kraftigt nok.

f. Find vinklen fra horisontplanet i Skagen op mod satellit A.

g. Vis, at de tre satellitter A, B og C alle er mindst 5° over horisonten fra ethvert punkt i Danmark. Satellit D har koordinaterne (25152,570; -2200,565; -8203,783).

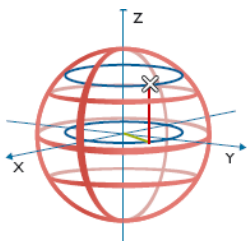
h. Vis, at denne satellit D er under horisonten set fra Skagen, men ikke set fra Esbjerg.

i. Et fly har afstandene 20524,940 km fra satellit A, 21772,050 km fra satellit B og 20765,481 km fra satellit C. I hvilken højde befinder flyet sig, og over hvilken by?

j. Flyet flyver i samme retning og i samme flyvehøjde over jorden hele tiden (på en storcirkel). To timer senere er flyet på koordinaterne (3054,108; -1097,240; 5503,204). Hvor langt er det fløjet og med hvilken hastighed?

Hvis flyet havde fløjet i højden 11.500 meter over de samme jordpunkter, hvor meget længere havde det så fløjet? Hvilke forhold afgør flyvehøjden for et rutefly?

Traditionelt beskriver man en position på jorden med længde- og breddegrader. F.eks. ligger Danmark på omkring 56° nordlig bredde og 11° østlig længde. Breddegraderne er vinkelen mod ækvatorplanet, mens længdegraderne måles ud fra nul-meridianen, der går gennem London (fra nordpolen til sydpolen).



For et punkt i Danmark beskriver følgende ligninger sammenhængen mellem vores rumkoordinater $P(P_x, P_y, P_z)$ og traditionelle koordinater – nordlig bredde P_{nb} og østlig længde P_{oel} .

- $P_x = \cos(P_{oel}) \cdot \cos(P_{nb}) \cdot 6378$
- $P_y = \sin(P_{oel}) \cdot \cos(P_{nb}) \cdot 6378$
- $P_z = \sin(P_{nb}) \cdot 6378$

k. Forklar først formelen for P_z og dernæst de to andre formler.

l. Brug formlerne til at finde længde- og breddegraderne for Skagen og Rønne.